La fondazione del moderno tra Rinascimento e futuro: trattati, scienziati, artisti e letterati nella memoria universale di Le Corbusier.

di Maurizio De Caro con Gabriele Gelatti

"prendere possesso dello spazio è il primo atto dei viventi,degli uomini,delle bestie,delle piante e delle nuvole, manifestazione fondamentale di equilibrio e di durata. La prima prova di esistenza è quella di occupare lo spazio". Le Corbusier*, Modulor*, 1948
"*des yeux qui ne voient pas*". Le Corbusier, *L'Esprit Nouveau*, 1920

Premessa dalla fine (l'Ombra di Luca Pacioli siede nel Cabanon di Roquebrune).

Le Corbusier quando parla di spazio fa riferimento allo spazio astratto, culturale, progettato, allo spazio geometrico, quello che l'uomo sottrae all'imprevedibilità dello spazio naturale e che non necessita dell'opera umana. Tutto per Le Corbusier è precisione, misura, numero, relazione tra proporzioni, vuoti, pieni, volumi. A che serve la geometria se non a dare un senso compiuto, rigoroso alle prassi artistiche e pseudo-scientifiche dell'architettura? L'inventore dell'architettura moderna ha bisogno di padri nobili, lontani temporalmente, e Fibonacci e Luca Pacioli sono figure ideali cui riallacciarsi all'alba delle tempeste del ventesimo secolo. Perché dunque Le Corbusier è l'erede dei nostri grandi studiosi rinascimentali, se non perché egli stesso è l'ultimo degli artisti rinascimentali? Voglio dire che pittura, architettura, arti applicate, trattatistica, matematica sono per lui tracciati particolari di una strada concettuale più ampia dove le parti del percorso interagiscono tra loro per indicare un approdo, unico per l'umanità, unico per la città, unico per il progetto dell'ambiente umano. Le Corbusier ha bisogno della scienza dei matematici rinascimentali per ri-disegnare il mondo, per renderlo più simile alla divina proporzione che sarà l'ossessione di tutta la sua vita. Il mondo degli uomini è fatto di progetti, di luoghi artificiali da colonizzare attraverso la costituzione di uno spazio abitativo, quello che sarà mirabilmente sintetizzato nel Cabanon di Roquebrune in Costa Azzurra, dove l'architetto trascorrerà molte estati e da dove uscirà per l'ultimo bagno di mare nell'agosto del 1965. Questo minuscolo spazio (meno di venti metri quadrati), ha una sorprendente struttura arcaica all'esterno: una capanna primitiva nata dall'assemblaggio di tronchi, quasi come se l'artefice della modernità volesse rinunciare al suo tempo, alle sue battaglie contro l'accademismo estetico e formale.
Ma all'interno il progetto è a quattro mani perché la sezione aurea compare in ogni minuscolo elemento di quella cella monastica, ventre materno, dove il fantasma dei matematici diventa co-progettista, interfaccia attivo di un pensiero complesso giunto alla sua estremizzazione più raffinata, per dimostrare che in fondo a tutte le sperimentazioni resta una capanna con pochi oggetti, senza luce elettrica o altro. Le Corbusier interpreta l'architettura per se stesso, per il "suo luogo", come la casa di Adamo in paradiso, sia quella vera sia quella descritta da Ryckwert. Alla fine della sua strada terrena il vecchio architetto raggiunge la purezza dell'astrazione, si ri-unisce col Numero che governa la natura e che imprigiona l'architettura nella Ragione Ultima a scapito dell'improvvisazione artistica. Questa "casetta infantile" è una partitura essenziale e misteriosa, una tana intellettuale dove sconfiggere i demoni dell'incertezza, dove è possibile eliminare il tempo che scandisce le tradizioni e le forme degli stili dell'architettura, lì e soltanto lì possono dialogare Dalì, Josephine Backer, Fibonacci, Piero della Francesca, Luca Pacioli, Freud e Albert Einstein, Palladio e Vitruvio, così semplicemente, senza gerarchie e senza condizionamenti. Nessuno dopo quell'annegamento di cinquanta anni fa è riuscito a fondere tante differenti personalità in un'unica persona, in un ideale così imponente. Ecco spiegato il motivo per cui non si può analizzare la nascita dell'architettura moderna senza cercare l'impronta della sapienza matematica e geometrica di Fibonacci e di Pacioli. Bisogna tornare indietro, bisogna scavare dentro le pieghe dei trattati, bisogna analizzare l'abisso in cui si è caduti dopo la fine della "classicità moderna". Senza l'ideale classico estintosi con la fine del moderno, la nostra contemporaneità ha intrapreso un altro percorso, senza schemi e senza obiettivi apparenti nell'estremizzazione assoluta delle forme che non hanno più bisogno di storia, di contesti, di numeri, di nulla e forse neppure di uomini.

"*dobbiamo tornare molto più indietro dei Cavalli del Partenone, dobbiamo tornare al cavallo di legno della nostra infanzia*". Paul Gaguin

Necessità della regola geometrica nella concezione della bellezza.

Che cosa è realmente il *Modulor*, il sistema geometrico-matematico sviluppato da Le Corbusier come elemento base di tutta la sua ricerca, se non un pensiero rivolto dall'universo moderno delle arti alla trattatistica rinascimentale (e anche anteriore), un invito a considerare vive, attuali e produttive le intuizioni dei matematici del passato. Ma anche molto di più. E' la ricerca di una diversa classicità che è insita in ogni forma espressiva delle arti di ogni tempo e che ha alla sua base il rapporto numerico, e volumetrico, tra le parti che compongono un dipinto, una scultura, un'architettura e addirittura una Città. La parabola incoercibile che ci spinge a produrre bellezza necessita di memoria, e di rapporti vivi col passato. Le Corbusier, novello Goethe, aveva fatto il suo personalissimo "Voyage en Italie", viaggio di scoperta e di formazione, al posto dell'università che non frequentò mai sia da studente che da docente. Accumula memoria attraversando il più grande serbatoio di estetica del pianeta, girovagando per abbazie, chiese, musei e palazzi. Senza trovare pace, disegnando e disegnando, scrivendo e cercando di carpire la Regola Aurea, la Madre delle Regole Geometriche che danno forza ai momenti più alti della cultura artistica dell'Umanità. Questo meccanismo è come l'ingranaggio di un orologio che partecipa alla meraviglia della perfezione senza avere un'apparente peculiarità estetica, il nucleo, l'atomo di una materia che è culturale, parallela a quella naturale, intuizione geniale, certamente non nuova ma dimenticata da secoli, teorizzata per la prima volta tra la polvere dell'Apocalisse Moderna della Seconda Guerra Mondiale. Non sarà stato il primo (ma l'ultimo) a cercare questa regola, a formare schemi e relazioni, costruire telai geometrici che fanno fatica a dialogare col caos della società moderna, che respingono le altre forme, aliene, artistiche, quasi una diga concettuale alla casualità di gran parte delle scelte dell'architettura del XX secolo. In effetti la sua formazione alle arti e alle arti applicate è carente di quell'impianto scientifico che lo condurrà a intraprendere la carriera di architetto. Sente che nella prassi che conduce alla realizzazione del Progetto del Mondo, l'artificio che può ingannare la natura è la matematica cui darà un'importanza sempre determinante in cinquant'anni di pratica progettuale. Ho iniziato con uno dei suoi testi più enigmatici, "l'Esprit nouveau" per introdurre la rivoluzione linguistica di Le Corbusier, perché lì è la coscienza di trovarsi di fronte alla costruzione di un vocabolario originale dove ogni lemma assume un significato concatenato allo sviluppo della sua idea di progetto, di "macchina per abitare", di città, di Urbanistica. In questo lo aiuta la sua formazione autodidatta che lo tiene al riparo dalle retoriche dominanti di quel periodo. La bellezza dunque o nascerà da una costruzione scientifica, frutto di elaborazione matematica o non potrà esprimere una nuova idea di classicità, moderna, attuale, lontana dalla costrizione concettuale delle mode. Quella bellezza sfugge alla classificazione stilistica e al tempo che l'ha prodotta, e diventa idea, essenza a-temporale. Se non fosse estremo questo concetto potrebbe rappresentare l'ultima ipotesi d'immortalità prodotta dalla cultura moderna, ipotesi accertata e contestata anche dai numerosi detrattori dell'Architetto. Ma la bellezza vince se la scienza la protegge, anche in un ambito transeunte come l'architettura, sottoposto al deperimento della materia più di altri prodotti dell'ingegno.

"*se avrò opportunità di continuare a lavorare, penso che il mio lavoro somiglierà sempre di più, non tanto al lavoro di un individuo, ma a qualcosa che potrebbe essere accaduto anche se l'individuo non fosse mai esistito*". John Cage, 1970.

Mai parole furono più adeguate per il lavoro, per la passione, per la ricerca e per l'ossessione matematica di Le Corbusier, perché in questo slancio c'è qualcosa che non riguarda il lavoro umano, c'è una connessione che giunge da lontano, forse proprio dal mondo-meraviglia di Pacioli e che rende sempre attuale la ricerca della verità attraverso la creazione della bellezza.

Tra classicità e modernità.

Le Corbusier è epocale rispetto alla tradizione scientifica e alla *sezione aurea*, riparte dall'uomo e dalla sua fenomenologia per progettare un mondo a sua immagine e somiglianza, in seno alla natura, senza

certezze assolute ma con la consapevolezza del grandioso strumento offerto dalla propria meraviglia.
Se il mondo della fisica novecentesca vacilla mostrando l'indicibile nella fusione di uno spazio-tempo che si apre ad altre dimensioni, come nei paradossi della fisica quantistica, questo è segnato da Le Corbusier come un mondo oltre-umano, del quale forse non si potrà mai valicare il limite rispetto alla scala di senso umana. Lo sguardo dell'uomo resta alla sua altezza: "*poichè se chiude gli occhi e si assorbe nella considerazione di tutte le possibilità, l'uomo si astrae*", mentre i suoi occhi "*non possono vedere né di lato, né dietro, e di conseguenza nemmeno apprezzare la sfera avviluppante, evanescente delle combinazioni tratte dai poliedri filosofici*" [1].
Le Corbusier relazionandosi alla grande tradizione del passato coglie in pieno questa dicotomia storica. Ammira la capacità della tradizione di partire dall'uomo e dalle sue misure per proporzionare gli edifici, con una varietà impressionante di forme. "*I Partenoni e i templi dell'india, le cattedrali furono costruiti secondo delle misure precise, costituenti un codice, un sistema coerente, ovvero affermando un'unità essenziale*" dove gli edifici "*erano infinitamente ricchi e sottili perché partecipavano alla matematica che regola il corpo umano*" [2].
D'altra parte, egli rifugge il pensiero puramente speculativo di una matematica che si trasforma in calcolo astratto. Le figure sistematicamente indagate nel Rinascimento "*si tengono al di fuori della materialità del corpo umano (pentagono, quadrato, triangolo). Esse possono essere pretesto per dare libertà alle "divagazioni dello spirito"* (…) *ma in quelle epoche (Pitagora, Platone, Vitruvio, Dürer) esisteva il solido contrappeso delle misure antropocentriche: il piede , il palmo, il braccio, etc...*" [3]. All'alba della modernità si esprime la "*natura di uno spirito che doveva divenire sterilizzante, e che, un bel giorno, ha ucciso l'architettura, avendola inchiodata sui fogli di carta delle tavole da disegno, in stelle, quadrati e altre figure evanescenti* "[4].

Allo stadio attuale della ricerca storica, Le Corbusier risulta essere in assoluto il primo architetto ad avere usato consciamente la *sezione aurea*. Se, per assurdo, ogni sua documentazione teorico-progettuale fosse andata persa, non si potrebbe dire nulla con certezza sulle intenzioni auree dei suoi edifici, pure così varie. La libertà e la creatività con cui Le Corbusier interpreta la regola matematica, le necessarie approssimazioni del costruire e l'imbarazzo della scelta su che cosa basare le misure per scovare il rapporto aureo sarebbero ostacoli insormontabili. Come trovare, per esempio, le proporzioni auree della cappella di Ronchamp, fusione del rigore estremo con il più elevato lirismo? Secondo lo stesso Le Corbusier, anche davanti ad un edificio come il Partenone "*l'esame di queste misure può condurre a mille conclusioni. Non se ne trae nulla di perentorio, nulla di semplicistico*" [5]. Il rischio dell'indagine sulle "misure" è di perdere il contatto con la realtà, addirittura nelle proprie creazioni: "*dichiaro quanto sia difficile di ritrovare la vera traccia regolatrice di un'opera risalente a dieci o trent'anni prima* " [6].
L'uso delle proprietà auree è di per sé quasi sconfinato: "*l'uno di fronte all'altro in posizioni imprevedibili a priori, inattese, meravigliose, stupefacenti, in grado di rapire. Poesia*!" [7]. É un tipo di poesia che si fa modulando l'indefinito con sapienza e in scala umana. "*L'infelicità del tempo presente, è che le misure sono ovunque cadute nell'arbitrario e nell'astrazione; esse dovrebbero essere carne, ovvero espressione palpitante del nostro universo, di noi, l'universo degli uomini che è il solo concepibile per il nostro intendimento*" [8].

Intuizione.
"*Il Modulor non ha mai donato dell'immaginazione a chi non ne ha*" [9]. Nell'opera di Le Corbusier abbondano gli esempi di un folgorante intuito, cominciando dalla genesi del *Modulor* stesso.
Il famoso errore matematico [10] su cui si struttura l'idea iniziale, non viene mai nascosto nella cronistoria dell'evento. Anzi, Le Corbusier se ne serve per descrivere il suo metodo, basato sulla ricerca dell'essenziale insieme al pensiero "non lineare", capace di rompere la simmetria perfetta e disumana. L'errore di misura, così umano, riferisce dello scarto tra le misure irrazionali dei tracciati geometrici e i numeri interi. Proprio come la *successione di Fibonacci* inizia con 1, 1, 2, così egli si serve del modulo più elementare e ricorrente nell'architettura classica: il doppio quadrato, anzi "*l'unità, il suo doppio e le due*

sezioni auree, aggiunte o staccate" [11]. Questa semplice idea seziona la presenza umana nei suoi centri simbolici: l'ombelico, la testa, la mano, e la linea di doppia sezione che cade sul cuore. "*Quest'ipotesi proveniva da un gioco naturale dello spirito. È una nozione a priori e non un calcolo a posteriori*" [12]. Senza esserne cosciente, egli giunge ai *numeri di Fibonacci*.
Quale miglior verifica di quanto suggerito più oltre da Gelatti riguardo alla sorprendente apparizione degli stessi numeri in Pacioli? Cioè che la necessità pratica dei costruttori possa aver contribuito alla loro scoperta storica. Proponendo il *Modulor* come strumento di misura sostitutivo del metro e del pollice-piede anglosassone, Le Corbusier perviene d'istinto ad una successione "alla Fibonacci" che non è nemmeno una tra le tante. La successione che inizia 3,6,9,15,24... è certamente quella di Fibonacci per 3 (l'altra che l'affianca è il suo doppio: Fibonacci per 6). La sua natura "triadica" racchiude però molteplici proprietà, capaci di generalizzazioni potenti sulla natura dei famosi numeri. Curiosamente e come un cerchio che si chiude, ciò accade in corrispondenza con strutture e forme appartenenti al pensiero simbolico ed esoterico [13].

Le Corbusier nota ancora che la successione di Fibonacci "*spontaneamente si incarna in una spirale d'armonia, conchiglia ideale*"[14]. Quest'intuizione poetica ha a che fare con un argomento che ancora oggi è presentato confusamente. Quasi non esiste testo scientifico [15] che non riporti la credenza per cui la conchiglia del Nautilus seguirebbe la *spirale logaritmica* prodotta scomponendo in quadrati il *rettangolo aureo* (con i lati in proporzione Φ).
Le Corbusier disegnando il *Museo a crescita continua* osserva il Nautilus. C'è uno schizzo famoso del 1939, dove la conchiglia è messa vicina, secondo la convenzione, al *rettangolo aureo*. La pianta del museo è però quadrata e si svolge secondo una *spirale archimedea*, i cui giri successivi mantengono una distanza costante.
L'intuizione, che ha portato Le Corbusier a trasformare il presunto schema aureo in una nuova forma è molto più vicina alla realtà. La recente scoperta geometrica dello *gnomone aureo* [16] fa scaturire la *sezione aurea* direttamente dalla crescita più elementare del quadrato per mezzo del suo quarto, generando così anche una famiglia di *spirali logaritmiche* decisamente prossime a quella descritta dal Nautilus.
L'intuizione alla base, semplice e non convenzionale, è affine allo spirito di Le Corbusier: un quadrato, la crescita di un quarto, la sezione aurea maggiore o minore, la conchiglia vivente.

Il fantasma di Fibonacci (tra Pacioli e Le Corbusier).
L'inappellabile condanna espressa dal Vasari sul presunto furto a danno di Piero della Francesca [17], ha gettato un velo di pregiudizio sull'originalità di pensiero di Pacioli. Nonostante le testimonianze dei contemporanei che lo ebbero in stima per il suo valore di matematico, raramente egli viene avvicinato con l'idea di trovare il suo contributo originale in un'opera che si presenta da sé come una "summa".
Anche Euclide, in debita proporzione, fu il compilatore di una "summa", ma la sua impronta è sceverata dagli storici, distinguendola dalla grandiosa tradizione che egli andava sistematizzando.
Nel Novecento fu l'architetto Le Corbusier con i suoi scritti teorici – su tutti il *Modulor* – e con l'esempio delle sue influenti architetture, a compiere a sua volta una sintesi di pensiero altrettanto epocale di quella dei suoi illustri predecessori.

Pacioli rese affettuoso omaggio al conterraneo Piero – "*el monarca ali tempi nostri dela pictura maestro*" – nel riconoscere i suoi debiti verso le fonti della sua prima opera del 1494, la *Summa,* per l'appunto. Anche la prima opera trattatistica di Piero della Francesca deve tutto alle fonti matematiche medievali, *in primis* a Fibonacci. Il *Trattato d'abaco* testimonia gli studi di Piero e la diffusa pratica di trascrivere i testi anteriori per studiarli [18]. Piero studiava assiduamente la matematica che applicava nella prospettiva pittorica ma *non* era un matematico, mentre lo era Pacioli. L'età maggiore e l'esperienza di Piero possono averlo aiutato nell'individuare il talentuoso fanciullo per avviarlo allo studio. Allo stesso modo è immaginabile che, una volta cresciuto il Pacioli, i ruoli si siano invertiti. Gli odierni laureati delle *Medaglie Fields* (massimo riconoscimento nel mondo matematico) *devono* avere meno di quarant'anni. Un Pacioli poco più che trentenne sarebbe stato ritratto nella *Pala di Brera* da un Piero ultrasessantenne [19]. Non è pensabile che il rapporto tra i conterranei fosse un sodalizio di reciproco scambio? Il passaggio della materia che tratta dei poliedri, prima dal *Tractato* di Piero alla *Summa* del Pacioli, e poi ancora dal *Libellus* al *De Divina Proportione* [20], risulterebbe in un processo fluido e dinamico, vero e proprio *work in progress*. Il discrimine vero sarebbe dato dalla trattazione dei poliedri non-regolari.

Poliedri archimedei.

Com'è noto tali poliedri sono 13 in tutto e furono descritti da Archimede in un trattato già perduto nell'antichità, e certo non accessibile agli umanisti. I *poliedri archimedei* completano la visione platonica, e come tali vengono presentati dal Pacioli nel *De Divina Proportione*. Il nome stesso di "*corpi dependenti* " ne delinea la filiazione dai "*corpi regolari* " platonici. In Piero della Francesca la trattazione dei "*dependenti* " è assai incompleta, pur migliorando con il progredire degli studi. In Pacioli essa ha invece l'ambizione della completezza (e della pubblica patente) e include anche una serie di "stellazioni" dei *poliedri platonici* [21].

Forse Pacioli pensava di poter avere abbastanza titolo in essa da pubblicare l'opera "di Piero", addirittura seguendone passo passo una traduzione in latino? O è più ragionevole pensare che egli vivesse nell'incubo di essere smascherato, vista la relativa diffusione del *Libellus* presso lo stesso pubblico di umanisti cui si rivolgeva la sua opera a stampa?

Pacioli, per ribadire un primato e con istinto anche troppo moderno, penserà a stabilire una sorta di *copyright*. Non solo con il libro che reca le prime immagini documentate dei *poliedri archimedei*, realizzate dal solo artista in grado di competere con le sottigliezze prospettiche di Piero, ma anche curando nei minimi dettagli il *rebus* matematico del suo misterioso "autoritratto" [22]. Sulla tela magistrale il ligneo *dodecaedro* dialoga con il celeste *rombicubottaedro*. Essi sono consequenziali, così come la *Summa* scaturisce dagli *Elementi* di Euclide, e così come il *vigintisex basium solidum* segue per primo i *solidi platonici* nella catalogazione del *De Divina Proportione*.

Misura di Φ.

Pacioli dimostra altri tratti di originalità nel *De Divina Proportione*. Egli presenta la *sezione aurea* come una successione geometrica di *tre* tratti di linea affiancati e crescenti. Di questi tre segmenti egli fornisce le misure sotto forma di equazioni algebriche [23]. Se la parte mediana vale 10, allora "*la menore quindici meno radice de centovinticinque* (...) *restara poco piu de 3. O vogliam dire poco meno de 4*", mentre "*la magiore* (...) *radice de 125 meno 5* (...) *restaria poco piu de 6 o vogliam dire poco meno de 7* " [24]. I valori, in forma di equazioni, esprimono i valori reali di φ e Φ [25] moltiplicati per 10, ovvero 3,81966... e 6,18033... . Le equazioni sono risolvibili in forma di radice quadrata e Pacioli, come già Fibonacci, era in grado di calcolare un certo valore operativo di Φ, certo migliore di quanto espresso così rozzamente [26].

Si mostra nel ragionamento un modo originale di cogliere il senso della prima proposizione sulla *sezione aurea* degli *Elementi* (II, 11). La "*proportione havente el mezzo e doi extremi* ", è tale che il prodotto del primo pezzo per il terzo è uguale al quadrato del secondo. Tale formulazione rende di subitanea comprensione una delle proprietà più notevoli del numero aureo, nota nei *numeri di Fibonacci* come *Identità di Cassini*, anche se documentata ancor prima in Keplero [27]. Ufficialmente fu egli il primo, un secolo dopo Pacioli, ad esplicitare l'associazione di Φ nei numeri di Fibonacci, che manifestano pertanto in forma aritmetica l'irrazionalità della geometria aurea [28].

Fibonacci e lo gnomone aureo.

Fibonacci non si pronunciò sulla natura aurea della successione che reca il suo nome. Tuttavia, una sua formula, apparsa misteriosamente *ex abrupto* nel suo *Practica Geometriae* [29], pone il problema della *sezione aurea* nei termini di una semplice somma del quadrato del "numero" più il quadrato del mezzo “numero” (un quarto del quadrato precedente). Si forma così un quadrato più grande, il cui lato (la sua radice quadrata), tolto o aggiunto mezzo “numero”, corrisponde alla *sezione aurea* maggiore o minore del numero stesso. La formula di Fibonacci è l'equivalente algebrico del diagramma geometrico dello *gnomone aureo* di Gelatti, già trattato più sopra a proposito della conchiglia del Nautilus:

$\sqrt{(n^2+(n/2)^2)} - (n/2) = \varphi n$ **(1.)**

e di conseguenza anche:

$\sqrt{(n^2+(n/2)^2)} + (n/2) = \Phi n$ **(2.)**.

Questa formulazione poteva aiutare Fibonacci, maestro nei numeri quadrati (cui dedica il *Liber quadratorum*), a cogliere il nesso tra i numeri interi e il rapporto aureo.

I numeri di Fibonacci in Pacioli.

La linea divisa in dieci parti e posta in relazione alle proporzioni del corpo umano presenta motivo di interesse. Attraverso un ragionamento che fonde istanze di aritmetica pitagorica con dati matematici concreti (come i *numeri perfetti* di cui riporta anche il secondo: 28), Pacioli parrebbe esplicitare i *numeri di Fibonacci* : “*onde per questa consideratione giunseno insiemi el X el 6 che fanno 16 cioe el perfecto phylosophico el perfecto matematico 6 di tal coniunctione ne resulta un terzo numero cioe 16* (…) *me parso non inutile poner linea per tutta la debita statura umana divisa in tutti quelli modi che dali antichi e moderni se prosupone. La qual diciamo sia la linea ab divisa in 10 equali parti (...) Da questa subito a unaprir de sexto potrete proportionar quello vi parra presuponendo comme dicto habiamo in tutti modi* ” [30].

Egli cioè offre un esempio di proporzionamento aureo attraverso l'approssimazione offerta dalla triade di valori 6, 10, 16, che sono i successivi numeri di Fibonacci 3, 5, 8 moltiplicati per 2.

Nel passo citato Pacioli discute i criteri di proporzione della figura umana di diretta derivazione vitruviana. Troppo semplicisticamente viene di norma ridotto il canone vitruviano al solo problema aritmetico, ancorché “pitagorico”. I contenuti sono più vari ed esprimono la necessità avvertita sin dall'antichità classica, di poter disporre di misure concrete per la costruzione degli edifici e la realizzazione dei manufatti correlati, a partire dalla statuaria. Il contesto immediato del Pacioli ne è un chiaro esempio in Leonardo, che nella sua celebre interpretazione del canone proporzionale sottopone Vitruvio a verifica [31]. Già Leon Battista Alberti nel *De pictura* del 1436 tracciava un confine netto tra la pratica e la teoria: “*molto priego si consideri me non come matematico ma come pittore scrivere di queste cose. Quelli col solo ingegno, separata ogni matera, mesurano le forme delle cose*” [32].

Senza copiare dall'Alberti, che pure gli fu familiare, anche il matematico Pacioli è consapevole che “*el ponto linea superficie e ognaltra figura mai la mano la po formare.*” [33].

È questo un problema concreto delle arti che influenza la speculazione delle matematiche. Pacioli, anche attraverso la frequentazione di grandi artisti, dimostra quanto la realtà abbia influito sul pensiero matematico più astratto. Leonardo – allievo documentato del Pacioli – sapeva bene a sua volta che “ *le scienze matematiche* (…) *sono solamente due, delle quali la prima è l'aritmetica, la seconda la geometria. Che l'una s'astende nella quantità discontinua, e l'altra nella continua*” [34]. I suoi esperimenti pratici di manipolazione di quantità irrazionali trattano i problemi simbolici della matematica antica per mezzo della trasformazione delle figure: la *quadratura del cerchio*, la *duplicazione del cubo* [35]. Le due discipline del continuo e del discreto viaggiano parallele, relazionandosi con la rappresentazione di un mondo dinamico, fatto di processi. Alberti aveva inventato una sorta di pantografo per misurare i corpi reali, Leonardo misurava con occhio anatomico i fenomeni concreti ed era consapevole, per diretta esperienza, “*che infra li alberi della medesima natura non si troverebbe una pianta ch'appresso somigliassi all'altra, e non che le piante, ma li rami, o foglie, o frutti di quelle*” [36].

Alla ricerca del canone.

Pacioli nel *De Divina Proportione* ricorda che non si può ridurre in breve il problema della “*gran varieta de proportioni e proportionalita che in sue debite disposizioni se ricercano. Il che tutto el rende chiaro el sublime volume del nostro degno Anticho Architecto Vitruvio Pollione. Dove ben monito de Aritmethica*

Geometria e Quinto [libro] *del perspicacissimo nostro Platonico e Megarense Phylosopho EUCLIDE* " [37].
È stato notato che Vitruvio, di epoca così posteriore rispetto al culmine teorico e pratico espresso dall'Atene del V secolo a. C., viveva una tradizione ormai deteriorata [38]. Il famoso *Canone* di proporzioni di Policleto di Argo sopravviveva ormai in rarissimi frammenti [39]. L'approssimazione operativa, pratica e di buon senso, dei tracciati geometrici in schemi aritmetici poteva valere anche per le dimensioni degli edifici, a partire dal Partenone. Lì, evitando gli eccessi delle misurazioni "mistiche", si possono rilevare approssimazioni di Φ nei valori modulari espressi dai *numeri di Fibonacci*. Lo stesso Teatro di Epidauro, tramandato come opera dello scultore argivo, presenta i numeri di Fibonacci nel suo doppio ordine di gradinate, nei numeri successivi di 34 e 21 [40].
Si potrebbe dire che sin dall'antichità il problema della "modularità" fosse avvertito come risolutivo, espressione terrena della "ragione" ovvero del λόγος che si esprime per mezzo delle proporzioni [41]; è lo stesso λόγος che anima la mente dell'uomo sottoposta anch'essa alle forze espresse dai numeri e dalle figure. "*Seria circa cio' da dir molte altre parti nellhomo poste conciosia che dali sapienti lui sia chiamato mondo piccolo* " [42].

Corrispondenze mente-natura: fondamenti e frontiere della scienza.
La cultura del Rinascimento s'impernia su una "scienza delle corrispondenze" tra i due mondi: il *microcosmo* e il *macrocosmo*. L'applicazione del metodo sperimentale alla matematica fu l'impulso che avrebbe definito una "nuova scienza", quella moderna. La corrispondenza tra mente dell'uomo e universo era la necessaria premessa su cui fondare l'indagine dei suoi caratteri matematici. Lo sviluppo del nuovo linguaggio "oggettivo" della matematica cartesiana e la moltiplicazione esponenziale delle proposizioni esprimibili per suo mezzo, portarono gradualmente allo svuotamento delle istanze archetipiche e metafisiche insite nel λόγος matematico tradizionale.
Per il Novecento, immerso ormai nella frammentazione dei saperi e nel relativismo culturale, fu necessità improrogabile l'indagine sulla natura del pensiero umano a partire dalla sua fenomenologia.
La ricerca sui fondamenti della scienza va oggi di pari passo con l'esplorazione del fenomeno della "coscienza" e si richiama all'inspiegata corrispondenza tra proposizioni matematiche (mente) e fenomeni (universo). Tuttavia, il linguaggio puramente *quantitativo* si è rivelato inadeguato a tale scopo: la coscienza non è rappresentabile dalla misura dell'attività elettrica dei neuroni o dalla loro mappatura. Tale *impasse* metodologica mette a nudo il bisogno di una lingua scientifica veramente oggettiva, capace cioè di separare il dato osservato dall'osservatore. L'aspetto *qualitativo* di tale linguaggio tutto da fare, si lega alla parte del pensiero umano capace di esprimere contenuti estetici e creativi.

Le Corbusier ha bisogno dell'universalità delle norme matematiche per creare la sua "particolare" architettura universale. Solo la geometria può dare base scientifica alla creatività della progettazione. Non si conoscono altri mezzi metodologici e culturali.

NOTE:

[1] **Le Corbusier**, *Le Modulor, essai sur une mesure harmonique à l'échelle humaine applicable universellement à l'Architecture et à la mécanique*, Boulogne-sur-Seine, Éditions de l'Architecture d'Aujourd'hui, 1949, p.74.
[2] *Ibidem*, p. 18.
[3] **Le Corbusier**, *Le Modulor II,* Boulogne-sur-Seine, Éditions de l'Architecture d'Aujourd'hui, 1955, p. 200.
[4] **Le Corbusier**, *Le Modulor, op. cit.*, p. 61.
[5] *Ibidem*, p. 209.
[6] *Ibidem*, p. 213.
[7] **Le Corbusier**, *Le Modulor II, op. cit.*, p. 155.
[8] **Le Corbusier**, *Le Modulor, op. cit.*, p. 162.
[9] **Le Corbusier**, *Le Modulor II, op. cit.*, p. 292.
[10] Ampio spazio viene dedicato nei due volumi del *Modulor* all'errore matematico iniziale che si può riassumere così: nel rettangolo in proporzione 2:1 (composto cioè da due quadrati affiancati) l'angolo individuato da Le Corbusier *non* può essere retto, altrimenti il lato maggiore del rettangolo misurerebbe un po' più di 2, cosa, per definizione iniziale, impossibile. Ciò è facilmente verificabile per mezzo del *teorema di Pitagora*. L'approssimazione rimane valida a scopi costruttivi, essendo nell'ordine dei millesimi.
[11] **Le Corbusier**, *Le Modulor, op. cit.*, p. 50.
[12] **Le Corbusier**, *Le Modulor II, op. cit.*, p. 47.
[13] **Gelatti G.**, *On colouring sequences of digital roots,* in *Bridges 2014 Conference Proceedings,* Phoenix, Tesselation, 2014. In questo articolo si mostra una generalizzazione matematica sulle infinite possibili successioni "alla Fibonacci", attraverso l'uso di idee considerate di pertinenza del pensiero simbolico. Si veda anche: http://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2014-bridges-conference/gabrigelatti.
[14] **Le Corbusier**, *Le Modulor II, op. cit.*, p. 218. Il tema del Nautilus appare anche nel testo poetico: **Le Corbusier**, *Le poème de l'angle droit*, Éditions Tériade, Parigi, 1955.
[15] **Capra F., Luisi P. L.** , *Vita e natura: una visione sistemica*, Sansepolcro, Aboca, 2014, p. 226.
[16] **Gelatti G.,** *Il quadrato di nove e la sezione aurea*, Genova, Sagep 2011; vedi anche **Gelatti G.** *Observation Of The Golden Ratio In Spirals Of Triangles And Squares*, in *Proceedings of the XIII Aplimat Conference*, Bratislava, 2014**.**
[17] **Vasari G.**, *Le vite dei più eccellenti architetti, pittori et scultori italiani* (…), Firenze, Torrentino, 1550, pp. 366-367.
[18] Il manoscritto *Ricc 106* della Biblioteca Riccardiana di Firenze è stato identificato come una trascrizione fatta dal codice archimedeo di Jacopo da Cremona. Si veda: **Banker J.**, *A Manuscript of the Works of Archimedes in the Hand of Piero della Francesca*, «Burlington Magazine», CXLVII, Londra, 2005, pp. 165-69.
[19] **Meiss M.**, *La Sacra Conversazione di Piero della Francesca*, Firenze, Quaderni di Brera n. 1, 1971.
[20] Si veda per un accenno alla complessità delle tradizioni matematiche elaborate da Piero della Francesca il pionieristico saggio: **Herz-Fishler R.**, *A mathematical history of golden number*, Dover, New York, 1998, pp 144-149.
[21] La descrizione delle possibili "stelle" derivabili dai poliedri regolari attraverso la proiezione dei lati fu perfezionata un secolo dopo da Kepler, e completata solo nel Novecento da Coxeter con la trattazione dell'*icosaedro*. Si veda: **Kepler J.**, *Harmonices mundi libri V*, Linz, Planck, 1619. Anche: **Coxeter H. S. M.**, *The fifty-nine icosahedra*, St Albans, Tarquin, 1999. Da notare, per quanto riguarda il processo di trasmissione delle idee, che Coxeter, pur lavorandovi per lungo tempo, non si accorse dell'inesplorata apparizione della *sezione aurea* nel *triangolo equilatero* che aveva sotto gli occhi. Essa fu scoperta da Odom, un artista suo corrispondente. L'episodio, di interesse epistemologico, è descritto in: **Gelatti G.**, *La sezione aurea nel triangolo equilatero: psichismo ed esoterismo dei mandala e degli yantra*, in *La divina*

proporzione: Bellezza e perfezione della natura, atti del Convegno dell' Università degli Studi di Genova, Castel Negrino, Milano, 2014 (in pubblicazione). Si veda anche **Odom J. P.**, *Problem E3007*, American Mathematical Monthly, 1983.

[22] Il ritratto di Luca Pacioli con anonimo gentiluomo è conservato al museo Capodimonte di Napoli, Collezione Farnese, Q 58, sotto il titolo di *Ritratto di Fra Luca Pacioli con un allievo.* Per quanto concerne il dibattito sulla sua attribuzione, si veda: **Ciocci A.**, *Il doppio ritratto del poliedrico Luca Pacioli,* Revista Española de Historia de la Contabilidad, No. 15, 2011.

[23] Si tratta in realtà degli stessi valori già forniti da Fibonacci in relazione ad un problema di origine araba di Abu Kamil. Si veda **Herz-Fishler R.**, *op. cit.*, pp. 141-144.

[24] **Pacioli L.**, *De Divina Proportione*, Paganinus de Paganinis, Venezia, 1509, *Pars Prima, Cap. VIII, folio 5v.*.

[25] Nel testo si intendono: $\varphi = (\sqrt{(5)} - 1) / 2 \approx 0{,}6180339\ldots$; $\Phi = (\sqrt{(5)} + 1) / 2 \approx 1{,}6180339\ldots$.

[26] Si dà un esempio della capacità di Fibonacci nel definire un valore fino alla sesta virgola decimale, espresso tramite calcolo sessagesimale, in: **Horadam A. F.**, *Fibonacci's mathematical letter to Master Theodorus*, Fibonacci Quarterly, Vol. 29, n.2, 1991, p. 103.

[27] **Kepler J.**, *Strenua, seu de nive sexangula*, Francoforte, 1611, citato in **Herz-Fishler R.**, *op. cit.*, p. 161.

[28] La differenza tra *numeri di Fibonacci* e il numero aureo è bene espressa dalla famosa *formula di Binet*. Si veda: http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibFormula.html. Si veda anche la generalizzazione dell'*identità di Cassini* in **Gelatti. G.**, *Problem 11*, in **Kimberling C.**, *Problem Proposals*, *Proceedings of the XV International Conference on Fibonacci Numbers and their Applications*, Annales Mathematicae et Informaticae, Vol. 41, Eger, 2013.

[29] La formula, che appare senza legame con i diagrammi geometrici illustrati da Fibonacci, è espressa verbalmente: "*Nam modus dividendi corda .be. media et extrema proportione est super quadratum eius, quod est .12., addamus quartam eius, erunt .15*", in **Fibonacci**, *Practica geometriae, VI, folio 126 v.* e *127 r.*, in **Boncompagni B.**, *Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo*, Vol. II, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche, Roma, 1862, pp. 196-97. Si veda anche l'analisi di **Herz-Fishler R.**, *op. cit.*, pp 138-139: "*non ci viene dato nessun dettaglio teorico. Ci viene semplicemente detto di aggiungere un quarto di* be^2 *a* be^2*, quindi prendere la radice e da questa sottrarre metà di be. (…) La domanda è come Fibonacci abbia ottenuto o giustificato di per sé tale risultato*"; anche p. 140 dove si definisce sinteticamente la formula come "*add 1/4 formula*". Da notare che la stessa formula, verbalmente e senza dettagli appare nuovamente nel Cinquecento in Cardano e Bombelli: si veda **Herz-Fishler R.**, *op. cit.*, pp. 151-152.

[30] **Pacioli L.**, *Trattato di architettura* in *op. cit.*, *Cap. III, folio 27r.*

[31] Leonardo pone il viso come la nona parte dell'altezza complessiva, anziché la decima. Si veda: **Capra F.**, *L'anima di Leonardo*, Milano, Rizzoli, 2012, p. 170.

[32] Citato in **Ciocci A.**, *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, Sansepolcro, Aboca, 2009, p. 83.

[33] **Pacioli L.**, *Trattato di architettura* in *op. cit.*, *Cap. I, folio 25v.*

[34] **Leonardo da Vinci**, *Codice di Madrid II, folio 67r.*, citato in **Capra F.**, *La scienza universale. Arte e natura nel genio di Leonardo*, Milano, Rizzoli, 2007.

[35] Oltre al celebre disegno dell'uomo vitruviano, in cui si indaga la relazione tra cerchio e quadrato, si vedano i disegni connessi alla duplicazione del cubo: *Codex Arundel*, fol. 283r. e v.; inoltre *Codex Arundel* 223 r. e v. dove Leonardo mostra la conoscenza del metodo di ippocrate di Chio; ancora in *Codex Atlanticus*, folio 161r..

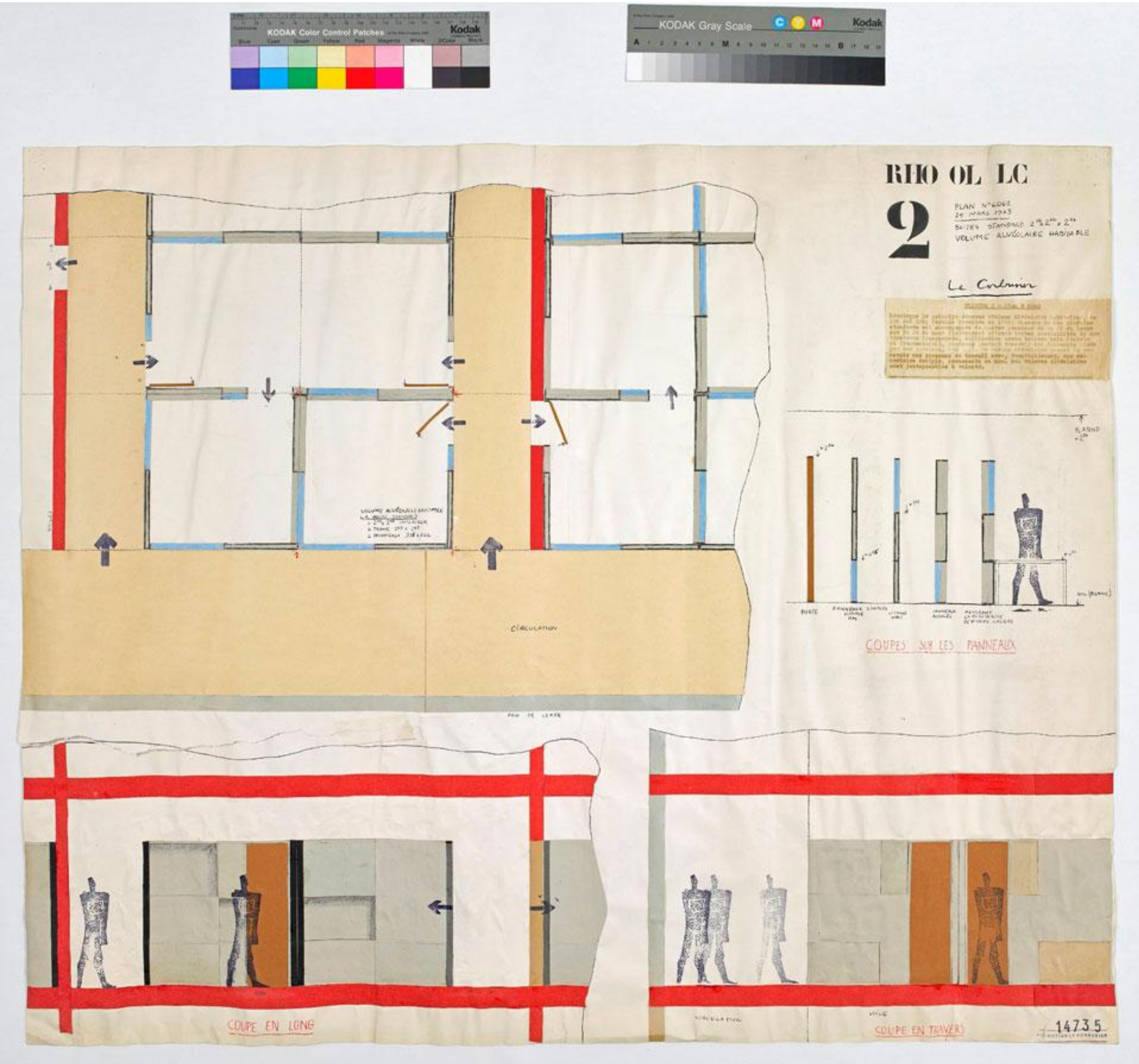
[36] Citato in **Capra F.**, *L'anima di Leonardo*, *op. cit.,* p. 241.

[37] **Pacioli L.**, *Trattato di architettura* in *op. cit.*, *Tavola di proporzioni dell'architrave*.

[38] **Martin R.**, *La Grecia e il mondo Greco*, Vol. 1, Cap. VIII *L'architettura e il pensiero razionale e matematico*, UTET, Torino, 1984, pp. 175-203.

[39] Un frammento noto a Leonardo si trova in **Galeno**, *Placita Hippocratis et Platonis V, 3*, in *De usu partium*, citato in **Capra F.**, *L'anima di Leonardo*, *op. cit.,* p. 174.
[40] Il fatto che il secondo ordine di gradinate sia stato costruito in epoca ellenistica, non vanifica la presenza dei *numeri di Fibonacci*, ma al contrario ingenera il sospetto di una qualche tradizione costruttiva ancora viva dopo pochi secoli. Si veda **Dilke O. A. W.**, *Mathematics and Meausrement*, Berlkeley, University of California Press, 1987.
[41] Si vedano i volumi di **Zellini P.**: *Gnomon: una indagine sul numero,* Milano, Adelphi, 1999, e *Numero e logos,* Milano, Adelphi, 2010.
[42] **Pacioli L.**, *Trattato di architettura* in *op. cit.*, Cap. III, folio 27r.

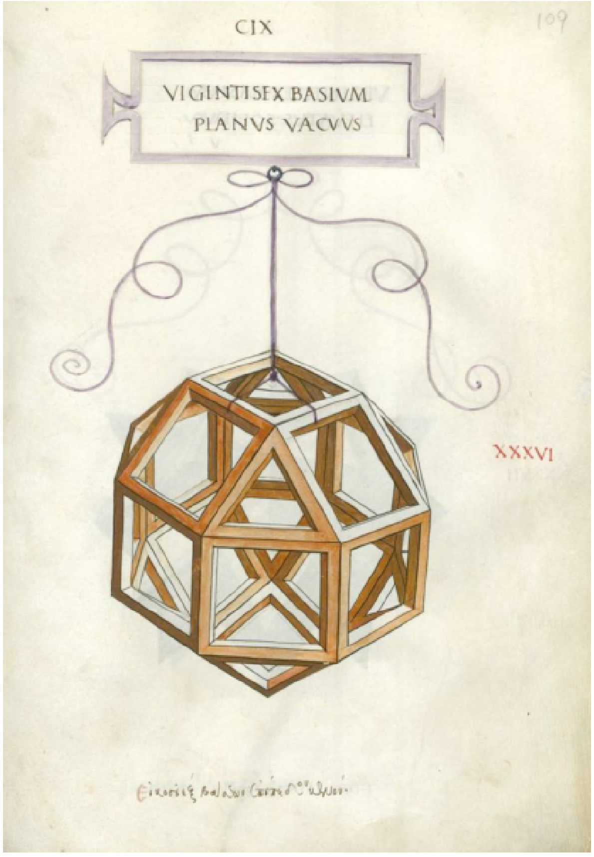
FIGURE:

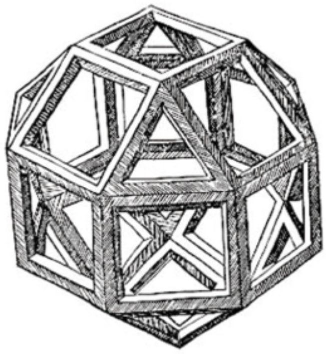


Centro di calcolo Olivetti a Rho (MI), Le Corbusier, 1963/1965.

La ricerca architettonica in tutte le sue stagioni più significative ha sempre cercato di codificare, di rendere scientifica la sua articolazione artistica, perfino quando l'esplosione delle forme apparentemente spontanee ne ha decretato la sua improponibile negazione. Barocco o liberty, neoclassico o romanico e così via fino all'imprevedibilità del nostro secolo. Tutto denota la vocazione a fuggire dalla nota affermazione di Adorno: "*l'arte deve creare caos nell'Ordine*".

Le Corbusier vuole mettere in ordine il caos della creazione artistica. Il resto è solo imitazione.





Rombicubottaedro, Leonardo da Vinci, 1498 e 1509.

I disegni di Leonardo del "vigintisex basium corpus" sono i primi documenti grafici dell'ente geometrico cui Pacioli sembrava attribuire particolare rilevanza. Il disegno autografo del *Compendium de divina proportione* sarebbe in realtà posteriore (secondo il misterioso "cartiglio") alla rappresentazione dello stesso solido nel ritratto di Luca Pacioli del museo di Capodimonte, Napoli.

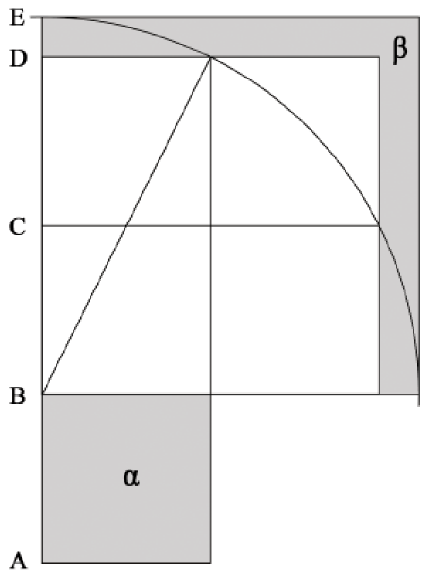
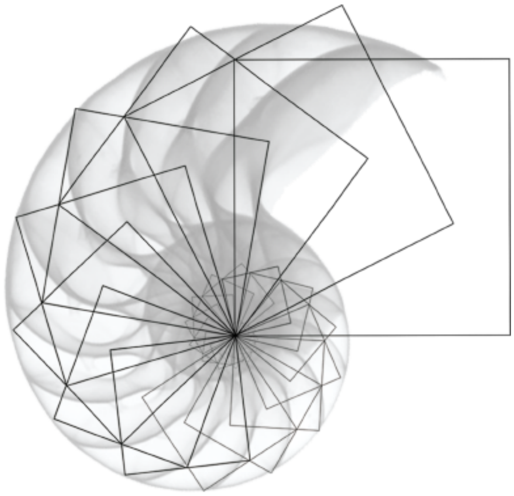
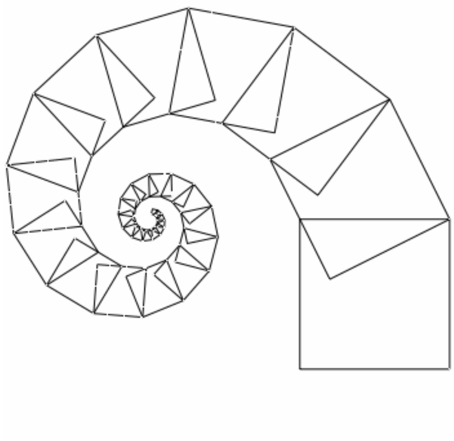


Diagramma geometrico dello gnomone aureo, Gelatti G., 2011.

L'operazione geometrica dello *gnomone aureo* fa crescere il quadrato di un quarto. L'area dello *gnomone aureo* è equivalente a quella di un quarto del quadrato originario. Ciò basta a individuare la *sezione aurea* del suo lato , poiché:

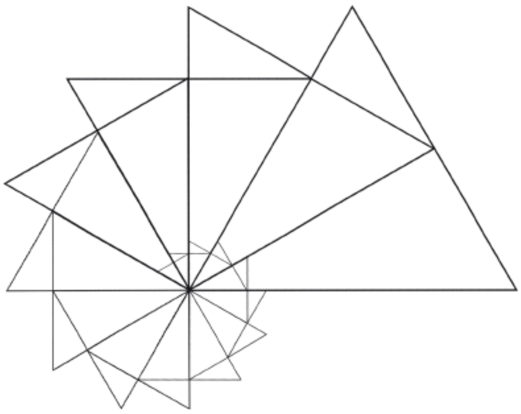
EC / CA = $\varphi = \sqrt{(5/4)} - (1/2)$, ovvero con CA = BD = 1 allora EC = φ

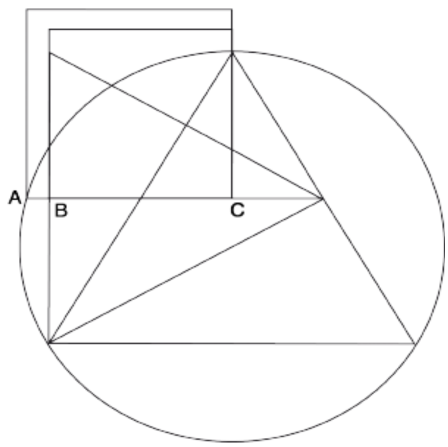




Spirali logaritmiche con crescita 1/4, Gelatti G., 2014.

Le *spirali logaritmiche* derivabili dalla crescita del quadrato per mezzo dello *gnomone aureo*, sono piuttosto comuni in natura e possono descrivere idealmente la forma di molte conchiglie a chiocciola, compresa quella del Nautilus.

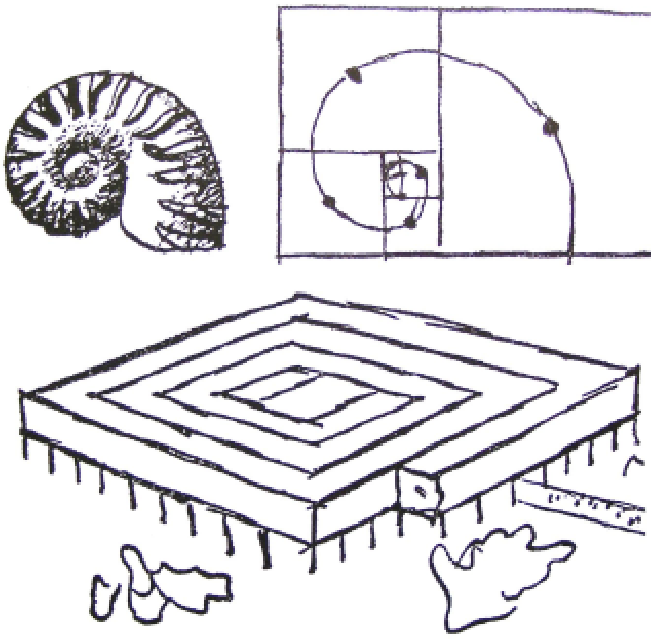




Spirali logaritmiche con crescita 1/3, Gelatti G., 2014.

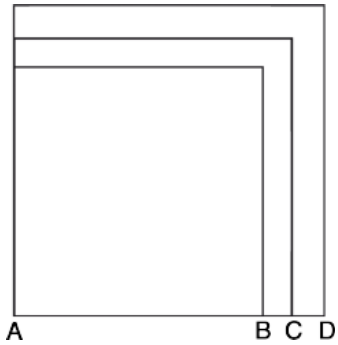
In modo sorprendente, anche la spirale composta similmente con triangoli equilateri, ha una connessione inaspettata con il quadrato e il suo *gnomone aureo*.

AB è misura dello *gnomone aureo* del quadrato di lato BC.



Museo a crescita continua, Le Corbusier, 1939.

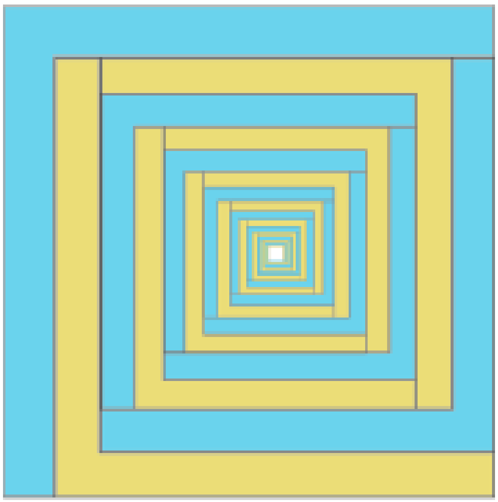
Nello schizzo con la conchiglia di Nautilus per il museo a crescita continua, si rivela l'importanza dell'intuizione e dell'osservazione diretta della natura. Nel suo tentativo di fondere idealmente la*spirale logaritmica* con la *spirale* archimedea, Le Corbusier trascende la leggenda tramandata sulle dimensioni del Nautilus, aprendo la via all'esplorazione di nuove forme.



Gnomoni aurei successivi, Gelatti G., 2014.

La crescita continua dei quadrati successivi genera un'interessante riconciliazione della geometria con l'aritmetica. Infatti, considerando la crescita lineare del lati si osserva che, ogni tre quadrati la somma lineare degli *gnomoni aurei* sarà 1/4 del lato del quadrato più piccolo, e nel contempo 1/5 del quadrato più grande:

BC + CD = 1/4 AB = 1/5 AD.



Doppia spirale di gnomoni aurei successivi, Gelatti G., 2014.
La doppia spirale, ottenuta dalla crescita successiva degli *gnomoni aurei*, insieme a successive rotazioni di 90°, ricorda l'intenzione di Le Corbusier di fondere insieme la *spirale logaritmica* con la *spirale archimedea*.

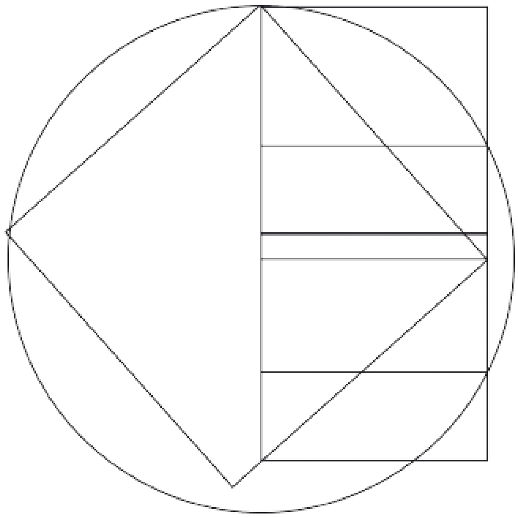


Diagramma iniziale del Modulor, Le Corbusier, 1948.

L'idea iniziale implica un quadrato unitario (lato 1) e la sua *sezione aurea* maggiore (Φ) e minore (φ). Siccome la somma di 1+Φ+ φ = 2 , si ottengono così due quadrati unitari tra loro adiacenti. Non è evidente però che l'angolo inserito a partire dalle due estensioni auree sia retto. Se fosse retto allora il lato del doppio quadrato misurerebbe 2,0069539..., altrimenti, siccome per definizione iniziale esso misura 2, l'angolo non può essere retto.

L'intuizione di Le Corbusier si riferisce alla necessità di inserire, nel doppio quadrato, un terzo quadrato collocato nei punti di *sezione aurea*, cosa che rimane semplicemente eseguibile anche senza il ricercato "luogo dell'angolo retto".

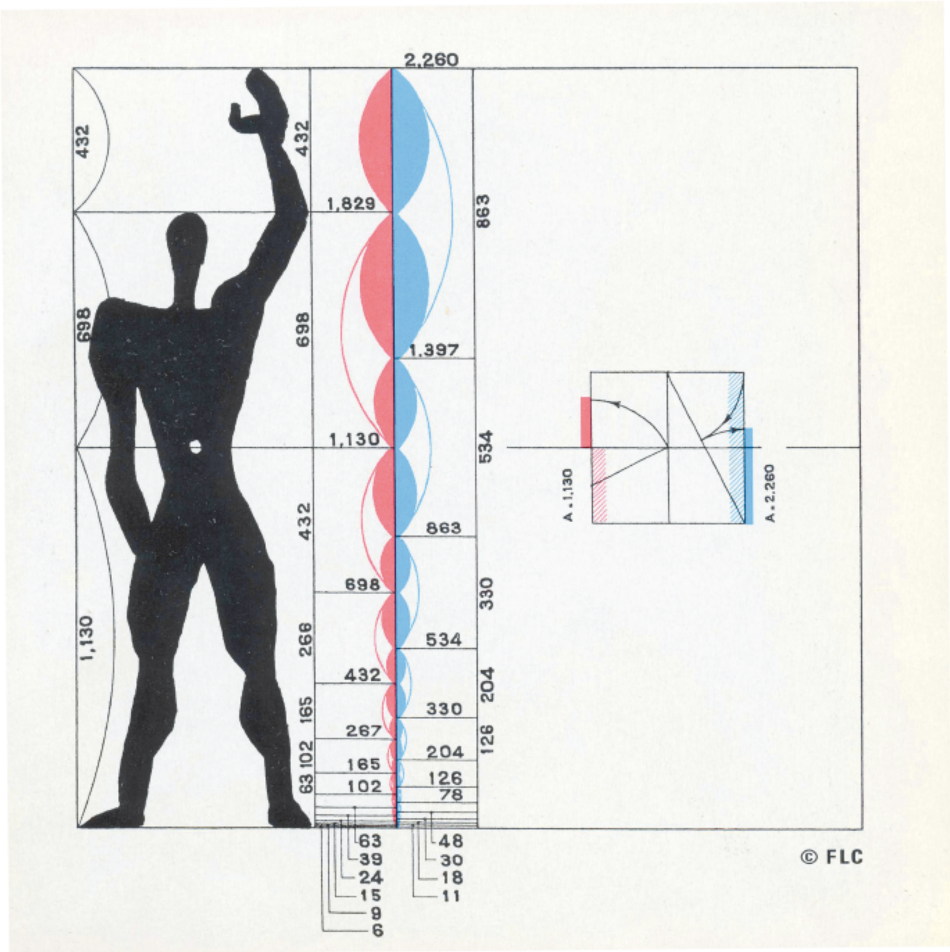


Diagramma definitivo del Modulor, Le Corbusier, 1948.

Nel diagramma definitivo del *Modulor* appare la successione di Fibonacci 3,3,6,9,15,24... come un'intuizione nata dalla necessità di convertire le misure della progettazione modulare in una scala metrica universale: l'altezza di un metro e ottantatré coinciderebbe con l'altezza di 6 piedi nel sistema anglosassone. Da notare il diagramma geometrico corretto.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9
5	1	6	2	7	3	8	4	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9
4	8	3	7	2	6	1	5	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9
7	5	3	1	8	6	4	2	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9
7	5	3	1	8	6	4	2	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9
4	8	3	7	2	6	1	5	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9
2	4	6	8	1	3	5	7	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9

Tavola cromatica delle possibili successioni “alla Fibonacci”, Gelatti G., 2014.
La figura illustra le possibili successioni “alla Fibonacci” tramite la riduzione a *radice numerica* degli interi, unitamente alla logica del *modello di colori Giallo-Rosso-Blu*.
Le successioni sono rappresentate dalle colonne, e dalla regola iniziale di sommare 9 a tutti i numeri da 1 a 9. Questa operazione produce tre possibili successioni di tutti i colori (la colonna 1 e 8, 2 e 7, 4 e 5 sono equivalenti) che si ripetono indefinitamente in un ciclo di 24, suddiviso in due cicli di 12 “colori-numeri” tra loro complementari.
Si genera inoltre un'altra famiglia di possibili successioni fatte solo di colori acromatici: una interamente grigia (la colonna del 9) con ciclo 1, e l'altra composta di bianco, nero e grigio (la colonna 3 e la colonna 6 sono equivalenti) con ciclo 8.
Le colonne “acromatiche” del 6 e del 9 corrispondono alle successioni usate da Le Corbusier nel *Modulor*. Il rettangolo essenziale risulta composto da una griglia di bianco, nero e grigio e da rettangoli di 6 colori. Le proporzioni del rettangolo approssimano quelle di un *rettangolo aureo* in proporzione φ^2.